

**CONCOURS D'ACCES EN PREMIERE ANNEE DU
CYCLE D'INGENIEURS D'ETAT DE L'INPT**

Epreuve de Physique

DUREE : 1H30

Date : 15 Juillet 2017

ANNEE UNIVERSITAIRE 2017-2018

L'utilisation de tout appareil de communication à distance ou d'aide mémoire numérique (téléphone mobile, messagerie, agenda numérique, calculatrice ...) est strictement interdite.

Question 7. Calculer l'intégrale suivante : $\int_0^{+\infty} \frac{dt}{(e^t + 1)(e^{-t} + 1)}$

<u>a</u>	1/2	b	$\pi/2$	c	-e/2	d	e/2
----------	-----	---	---------	---	------	---	-----

Question 8. Calculer l'intégrale suivante : $I = \int_0^{2\pi} e^x \cos x dx$

a	$(e^{-x} + 1)/2$	<u>b</u>	$(e^{2x} - 1)/2$	c	$(e^{-x} + 1)/5$	d	$(e^{2x} - 1)/5$
---	------------------	----------	------------------	---	------------------	---	------------------

Question 9. Déterminer le développement limité de la fonction $f(x) = \ln(1 + \sqrt{1+x})$ au voisinage de $x = 0$ à l'ordre 2 :

<u>a</u>	$\ln 2 + 1/4x - 3/32x^2 + o(x^2)$	b	$\ln 2 + 1/4x + 3/32x^2 + o(x^2)$	c	$\ln 2 + 1/3x + 3/2x^2 + o(x^2)$	d	$\ln 2 + 1/3x - 3/2x^2 + o(x^2)$
----------	-----------------------------------	---	-----------------------------------	---	----------------------------------	---	----------------------------------

Question 10. Déterminer la limite : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{1/x} - e}{x}$

a	$(e-1)/2$	b	$(e+1)/2$	<u>c</u>	-e/2	d	e/2
---	-----------	---	-----------	----------	------	---	-----

Question 11. Déterminer la somme la limite de la suite définie par le terme générale : $\sum_{k=1}^{kn} \frac{k}{k^2 + n^2}$

<u>a</u>	$\ln 2/2$	b	$\ln 2/e$	c	$(\ln 2 - 1)/2$	d	$(\ln 2 + 1)/2$
----------	-----------	---	-----------	---	-----------------	---	-----------------

Question 12. Déterminer une condition nécessaire et suffisante sur les paramètres a et b pour que

l'intégrale suivante soit convergente : $\int_0^{+\infty} \frac{t^a e^{-t}}{1+t^b} dt$, avec $b > 0$

a	$a > 1$	b	$a < -2$	c	$a > -1$	d	$a < -1$
---	---------	---	----------	---	----------	---	----------

Question 13. Déterminer une condition nécessaire et suffisante sur les paramètres a et b pour que

l'intégrale suivante soit convergente : $\int_0^{+\infty} \frac{t^a e^{-t}}{1+t^b} dt$, avec $b < 0$

a	$a + b > 1$	b	$a - b < -2$	c	$a - b > -1$	<u>d</u>	$a - b < -1$
---	-------------	---	--------------	---	--------------	----------	--------------

$$(e^{i\frac{\pi}{3}})^3 = e^{i\pi} = -1$$

Question 1. Calculer $(1 + i\sqrt{3})^9$

a	$1+i\sqrt{3}$	b	$1-i\sqrt{3}$	c	-512	d	111
---	---------------	---	---------------	---	--------	---	-----

Question 2. Déterminer une condition sur les paramètres a, b et c de sorte que le système linéaire d'inconnues x_1, x_2, x_3 ait une solution :

$$(S_1) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = a \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = b \\ 5x_1 - x_2 - x_3 = c \end{cases}$$

a	$a+b+c=0$	b	$a-2b-c=0$	c	$a-2b+c=0$	d	$2a+b-c=0$
---	-----------	---	------------	---	------------	---	------------

Question 3. Déterminer les valeurs de m de telle sorte que le système linéaire d'inconnues x_1, x_2, x_3 ait une solution unique :

$$(S_1) \begin{cases} x_1 + mx_2 + x_3 = 1 \\ mx_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + mx_3 = 1 \end{cases}$$

a	$m \neq 1$ et $m \neq -2$	b	$m \neq 1$ et $m \neq 2$	c	$m \neq 1$ et $m \neq -3$	d	$m \neq 1$ et $m \neq 3$
---	---------------------------	---	--------------------------	---	---------------------------	---	--------------------------

Question 4. Déterminer les valeurs de k de sorte que la matrice suivante soit inversible :

$$A = \begin{pmatrix} k & 1 & 1 \\ 1 & k & 1 \\ 1 & 1 & k \end{pmatrix}$$

a	$k \neq 1$ et $k \neq -2$	b	$k \neq 1$ et $k \neq 2$	c	$k \neq 1$ et $k \neq -3$	d	$k \neq 1$ et $k \neq 3$
---	---------------------------	---	--------------------------	---	---------------------------	---	--------------------------

Question 5. Soit f l'application linéaire de \mathbb{R}^4 dans \mathbb{R}^3 , dont la matrice dans la Base Canonique est :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a	f injective	b	f surjective	c	f non surjective	d	f n'est ni injective, ni surjective
---	-------------	---	--------------	---	------------------	---	-------------------------------------

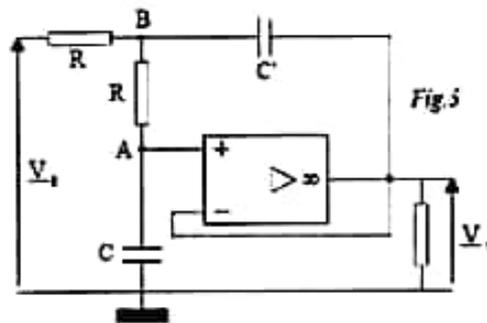
Question 6. Soit $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$. Trouver les valeurs propres de A

a	$(0, 2, -1)$	b	$(2, -2, 1)$	c	$(0, 2, -2)$	d	$(0, 2, 2)$
---	--------------	---	--------------	---	--------------	---	-------------

13. En déduire la résultante F''_m des forces qu'exerce le courant du fil (1) sur le fil (2) illimité. Quand au total les forces magnétiques ne sont pas nulles, les fils (1) et (2) s'attirent-ils ou se repoussent-ils lorsqu'ils sont parcourus par les courants ?

- a) $F''_e \rightarrow \infty$ b) $F''_m = 0$ c) Il y a attraction. d) Il y a répulsion.

14. Un amplificateur opérationnel idéal fonctionne en régime sinusoïdal avec le montage représenté sur la figure 5. Le montage est constitué de résistance R, et de capacité C et C'.



Établir l'expression de la transmittance $T(j\omega)$ en fonction de la pulsation ω et des caractéristiques du circuit

- a) $T(j\omega) = \frac{1}{1+R^2CC'\omega^2+jRC\omega}$ b) $T(j\omega) = \frac{1}{1+R^2C^2\omega^2+jRC\omega}$
 c) $T(j\omega) = \frac{1}{1-R^2CC'\omega^2+2jRC\omega}$ d) $T(j\omega) = \frac{1}{1-R^2CC'\omega^2+2jRC\omega}$

15. Déterminer la relation entre C et C' pour que : $|T(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega}{\omega_0})^4}}$

- a) $2C' = C$ b) $C' = 2C$ c) $C' = 3C$ d) $C = 3C'$

16. Donner l'expression de ω_0 .

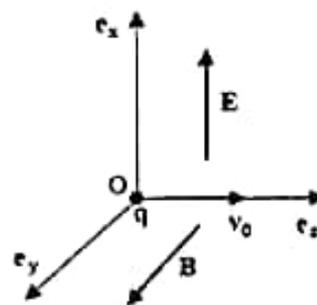
- a) $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2}RC}$ b) $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{6}RC}$ c) $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ d) $\omega_0 = \frac{\sqrt{2}}{RC}$

17. Un électron de charge $q = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ et de masse $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$, assimilé à un point matériel M, évolue dans le référentiel du laboratoire R supposé galiléen et muni d'un repère cartésien (O, e_x, e_y, e_z) , sous l'action d'un champ électrique $E = E \cdot e_x$ et d'un champ magnétique $B = B \cdot e_y$ tous deux uniformes et stationnaires.

On désigne par x, y et z les coordonnées cartésiennes de M dans R, et par $v_0 = v_0 e_x$ la vitesse initiale de M telle que $v_0 = 500 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. On place en $z_0 = 10 \text{ cm}$ un écran d'observation E parallèle au plan (O, e_x, e_y) , destiné à intercepter M.

Dans le cas où $B = 0$ et $E = 10 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$, déterminer l'abscisse x_e de M sur E.

- a) $x_e = 7,2 \text{ mm}$ b) $x_e = 3,5 \text{ mm}$ c) $x_e = -3,5 \text{ cm}$ d) $x_e = -7 \text{ cm}$



18. Dans le cas particulier où $E = 0$ et $B = 10^{-5} \text{ T}$, la trajectoire de M est un cercle de rayon R.

Calculer R.

- a) $R = 10,9 \text{ cm}$ b) $R = 13,8 \text{ cm}$ c) $R = 15,1 \text{ cm}$ d) $R = 56 \text{ cm}$.

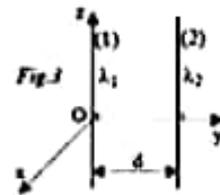
19. La trajectoire de l'électron est portée par le cercle de centre $C(R, 0)$, la particule entrera en contact avec l'écran à l'abscisse x_m . Que vaut alors l'abscisse x_m de M sur E ?

- a) $x_m = 1,8 \text{ cm}$ b) $x_m = 3,8 \text{ cm}$ c) $x_m = -4,3 \text{ cm}$ d) $x_m = -6,6 \text{ cm}$

20. En supposant $E = 1 \text{ kV} \cdot \text{m}^{-1}$, déterminer B afin que le mouvement de M soit rectiligne et uniforme.

- a) $B = 2 \text{ T}$ b) $B = 2 \text{ mT}$ c) $B = -4 \text{ mT}$ d) $B = -200 \text{ mT}$

6. Un fil rigide très fin et illimité (1) est disposé dans le vide selon l'axe Oz du repère $\mathcal{R} : (O, u_x, u_y, u_z)$. Il est chargé uniformément avec la densité linéique $\lambda_1 > 0$. Établir l'expression du champ électrostatique $E(M)$ créé en un point M situé à la distance ρ du fil. La base cylindro-polaire de M est u_ρ, u_φ, u_z .



a) $E(M) = \frac{\lambda_1}{4\pi\epsilon_0} \rho u_\rho$ **b)** $E(M) = \frac{\lambda_1}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{\rho} u_\rho$

e

c) $E(M) = \frac{\lambda_1}{\pi\epsilon_0} \frac{1}{\rho} u_\varphi$ d) $\frac{\lambda_1}{\pi\epsilon_0} \rho^2 u_\varphi$

7. Un fil illimité (2) comme le fil (1) est chargé uniformément avec la densité linéique $\lambda_2 > 0$. Il est disposé dans le plan yOz parallèlement à l'axe Oz et à la distance d de celui-ci, comme l'indique la figure 3. Calculer la résultante f_e des forces qu'exercent les charges du fil (1) sur l'unité de longueur du fil (2).

a) $f_e = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{4\pi\epsilon_0} d \cdot u_x$ b) $f_e = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{4\pi\epsilon_0} \ln(d) u_y$

e

c) $f_e = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{d} u_y$ d) $f_e = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{d} u_x$

8. Le fil (2) est maintenant disposé perpendiculairement au fil (1), dans le plan xOy, parallèlement à Ox, à la distance d de celui-ci, comme l'indique la figure 4. Calculer la résultante F'_e des forces qu'exercent les charges du fil (1) sur le segment AB du fil (2). A et B sont symétriques par rapport à l'axe Oy et situés à la distance h/2 de celui-ci.

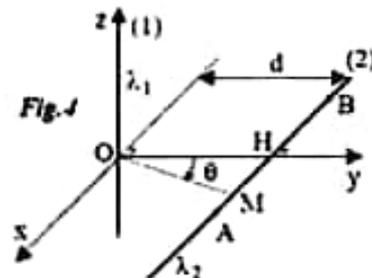
Si M est le point courant de AB, il est commode d'utiliser la variable $\theta = (u_y, AB)$.

a) $F'_e = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\pi\epsilon_0} \frac{h}{d} \cdot u_x$ b) $F'_e = -\frac{\lambda_1 \lambda_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{h}{\sqrt{d^2 + h^2}} \cdot u_x$

e

c) $F'_e = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{h}{d} \cdot u_y$

d) $F'_e = -\frac{\lambda_1 \lambda_2}{4\pi\epsilon_0} \arctan\left(\frac{h}{2d}\right) \cdot u_x$



9. En déduire la résultante F''_e des forces qu'exercent les charges du fil (1) sur le fil (2) illimité. Dans les deux cas envisagés - questions 7 et 8 - les fils chargés s'attirent-ils ou se repoussent-ils ?

a) $F''_e \rightarrow \infty$ b) $F''_e = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{2\epsilon_0} u_x$ c) Il y a attraction. d) Il y a répulsion.

10. Dans ce qui suit, les fils (1) et (2) ne sont plus maintenant chargés mais parcourus par des courants continus d'intensités respectives I_1 et I_2 .

Le courant dans le fil (1) circule dans le sens des $z > 0$. Établir l'expression du champ magnétique $B(M)$ créé en un point M situé à la distance ρ du fil.

a) $B(M) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \frac{1}{\rho} u_\varphi$ b) $B(M) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \rho u_\varphi$ c) $B(M) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \frac{1}{\rho} u_\rho$ d) $B(M) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \rho u_\rho$

11. Calculer la résultante f_m des forces qu'exerce le courant du fil (1) sur l'unité de longueur du fil (2), lorsque les deux fils sont disposés parallèlement comme sur la figure 3 et que les deux courants circulent dans le même sens.

a) $f_m = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \frac{1}{d} u_y$ b) $f_m = 0$ c) $f_m = -2 \frac{\mu_0 I_1 I_2}{\pi} \frac{1}{d} u_y$ d) $f_m = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln d u_x$

12. Calculer la résultante F'_m des forces qu'exerce le courant du fil (1) sur une longueur $AB = h$ du fil (2) lorsque les deux fils sont disposés perpendiculairement comme sur la figure 4 et que le courant dans le fil (2) circule dans le sens des $x > 0$.

a) $F'_m = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{d^2 + h^2}} u_y$ b) $F'_m = 0$

c) $F'_m = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{\pi} \frac{h}{d^2} \cdot u_x$ d) $F'_m = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \frac{1}{d} \arcsin\left(\frac{h}{d}\right) u_x$

Epreuve de Physique

-== A LIRE TRES ATTENTIVEMENT ==-

1. Cette épreuve de Physique est un questionnaire à choix multiples (QCM).
2. Les réponses doivent être transcrites sur la grille-réponses réservée à cet effet, vous devez utiliser un stylo bille ou une pointe feutre de couleur bleue ou noire.
3. Une bonne réponse vaut +2 pts, une mauvaise réponse -1 pt et sans réponse 0 pt
4. Vous ne transcrivez vos réponses sur la grille-réponses qu'après avoir bien relu soigneusement et être sûr de votre réponse,
5. Cette épreuve comporte 4 parties : les questions de la 1^{ère} partie de 1 à 5 sont liées, les questions de la 2^{ème} partie de 6 à 13 sont liées, pour la 3^{ème} partie les questions de 14 à 16 sont liées et pour la partie 4 les questions 17 à 20 sont liées.
6. Chaque ligne de la grille correspond à une question et comporte 5 cases a, b, c, d, e. Pour chaque question, vous avez 4 possibilités :
 - Si vous décidez de ne pas traiter cette question, vous ne devez cocher aucune case
 - Si vous jugez que la question comporte une seule réponse, vous devez noircir l'une des cases a, b, c, d
 - Si vous jugez que la question comporte deux réponses exactes, vous devez noircir deux cases a, b, c, d et deux uniquement.
 - Si vous jugez qu'aucune des réponses proposées a, b, c, d n'est exacte, vous devez noircir la case e.
7. Toute réponse fautive entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

EXEMPLES DE REPONSES :

Question 1 : $1 + 2$ vaut : a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

Question 2 : $(-2) \cdot (-3)$ vaut : a) -3 b) 12 c) -9 d) 0

Question 3 : Une racine de $x^2 - 1$ est : a) -1 b) 0 c) 1 d) 2

Vous marquez sur la Grille-Réponses

	a	b	c	d	e
Question1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Question2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Question3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

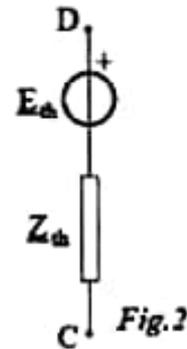
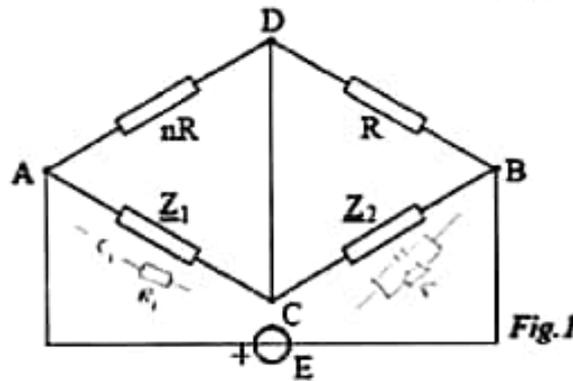
8. Il est interdit aux candidats de signer leur copie ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.
9. Vous n'êtes pas autorisé à quitter la salle avant que les 25 % de la durée totale de l'épreuve se soient écoulés.
10. Vous devez obligatoirement émarger la liste de présence et rendre une copie (même blanche) avant de quitter la salle.

Questions liées.

[1,2,3,4,5] [6,7,8,9,10,11,12, 13] [14,15,16] [17,18,19,20]

1. Un "pont d'impédance" est alimenté en régime sinusoïdal par un générateur de tension de force électromotrice $e(t) = E \cos(\omega t)$ et d'impédance interne négligeable (figure 1).

La branche CD a une impédance négligeable. R est une résistance et n un nombre entier.



Calculer la force électromotrice E_{th} du générateur de Thévenin équivalent au dipôle de bornes C et D, obtenu en enlevant la branche CD, en fonction de n, des impédances complexes Z_1 et Z_2 et de l'amplitude complexe E de $e(t)$ (figure 2).

a) $E_{th} = \frac{Z_1 - (n+1)Z_2}{n(Z_1 + Z_2)} E$ b) $E_{th} = \frac{Z_1 - nZ_2}{(n+1)(Z_1 + Z_2)} E$
 c) $E_{th} = \frac{Z_2 - nZ_1}{Z_1 + Z_2} E$ d) $E_{th} = \frac{Z_2 - (n+1)Z_1}{Z_1 + Z_2} E$

2. Calculer l'impédance interne Z_{th} du générateur de Thévenin en fonction de Z_1 , Z_2 , R et n.

a) $Z_{th} = \frac{nR}{n+1} + \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$ b) $Z_{th} = R + n \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$
 c) $Z_{th} = (n+1)R + 2 \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$ d) $Z_{th} = \frac{(n+1)R}{n} - \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$

3. La branche AC est constituée par un condensateur de capacité C_1 en série avec une résistance R_1 . La branche BC est constituée par un condensateur de capacité C_2 en parallèle avec une résistance R_2 . Déterminer la valeur ω_0 de la pulsation ω et la relation qui lie les rapports R_1/R_2 , C_1/C_2 à n lorsque le pont (figure 1) est en équilibre (c'est-à-dire lorsque le courant est nul dans la branche CD).

a) $\omega_0^2 = \frac{1}{nC_1 C_2 R_1 R_2}$ b) $\omega_0^2 = \frac{1}{n^2 R_1 R_2 C_1 C_2}$ c) $\omega_0^2 = \frac{1}{(n+1)R_1 R_2 C_1 C_2}$ d) $\omega_0^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}$

4. Déterminer la relation qui lie les rapports R_1/R_2 , C_1/C_2 à n lorsque le pont (figure 1) est en équilibre (c'est-à-dire lorsque le courant est nul dans la branche CD).

a) $n = \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_1}{C_2}$ b) $n = \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2}$ c) $n = \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}$ d) $n = \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_2}{C_1}$

5. On a $C_2 = 2C_1 = 0,1 \mu F$, $R_1 = 500 \Omega$ et $n = 4$.

Calculer la fréquence N_0 à l'équilibre du pont, exprimée en kHz.

a) $N_0 = 12,74 \text{ kHz}$ b) $N_0 = 120 \text{ kHz}$ c) $N_0 = 60 \text{ kHz}$ d) $N_0 = 10 \text{ kHz}$

Nota. L'équilibrage du pont permet donc la mesure de la fréquence correspondante. Le dispositif est utilisé comme fréquencesmètre

Epreuve de MATHÉMATIQUES

-=- A LIRE TRES ATTENTIVEMENT -=-

1. Cette épreuve de Mathématiques est un questionnaire à choix multiples (QCM).
2. Les réponses doivent être transcrites sur la grille-réponses réservée à cet effet, vous devez utiliser un stylo bille ou une pointe feutre de couleur bleue ou noire.
3. Vous ne transcrivez vos réponses sur la grille-réponses qu'après avoir bien relu soigneusement et être sûr de votre réponse,
4. Cette épreuve comporte 10 questions sur la partie Analyse et 10 sur la partie Algèbre. Les questions de chaque partie sont liées entre elles.
5. Une question peut comporter jusqu'à deux réponses exactes.
6. Chaque ligne de la grille correspond à une question et comporte 5 cases a, b, c, d, e. Pour chaque question, vous avez 4 possibilités :
 - Si vous décidez de ne pas traiter cette question, vous ne devez cocher aucune case
 - Si vous jugez que la question comporte une seule réponse, vous devez noircir l'une des cases a, b, c, d
 - Si vous jugez que la question comporte deux réponses exactes, vous devez noircir deux cases a, b, c, d et deux uniquement.
 - Si vous jugez qu'aucune des réponses proposées a, b, c, d n'est exacte, vous devez noircir la case e.
7. Toute réponse fautive entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

EXEMPLES DE REPONSES :

- Question 1 : $1 + 2$ vaut : a) 1 b) 2 c) 3 d) 4
Question 2 : $(-2)^{-3}$ vaut : a) -3 b) 12 c) -6 d) 0
Question 3 : Une racine de $x^2 - 1$ est : a) -1 b) 0 c) 1 d) 2

Vous marquez sur la Grille-Réponses

	a	b	c	d	e
Question1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Question2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Question3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

8. Il est interdit aux candidats de signer leur copie ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.
9. Vous n'êtes pas autorisé à quitter la salle avant que les 25 % de la durée totale de l'épreuve se soient écoulés.
10. Vous devez obligatoirement émarger la liste de présence et rendre une copie (même blanche) avant de quitter la salle,