INPT

Institut National des Postes et Télécommunications

CONCOURS D'ACCES EN PREMIERE ANNEE DU CYCLE D'INGENIEURS D'ETAT

26 Juillet 2013

Epreuve de PHYSIQUE

(Durée : 2 h 00mn)

Avertissement

- Les 2 exercices sont indépendants et doivent être traités sur des 2 livrets séparées.
- L'appréciation des copies tient compte de la rigueur, de la clarté des raisonnements et de la présentation.
- Encadrer vos résultats.
- Ecrire avec un stylo à bille ou à encre, bleu ou noir.

Partie I

Électrocinétique

Un dipôle électrocinétique **AB** est constitué d'un condensateur de capacité C, d'une bobine B et d'un conducteur ohmique de résistance R, montés en série. Ce dipôle **AB** est alimenté par un générateur de tension alternative sinusoïdale $u_e(t) = U_m \cos \omega t$, de période T et de pulsation ω.

La bobine B, d'inductance L, est supposée sans résistance. Soit $u_s(t) = V_M - V_B$, la tension de sortie aux bornes du résistor (figure 1).

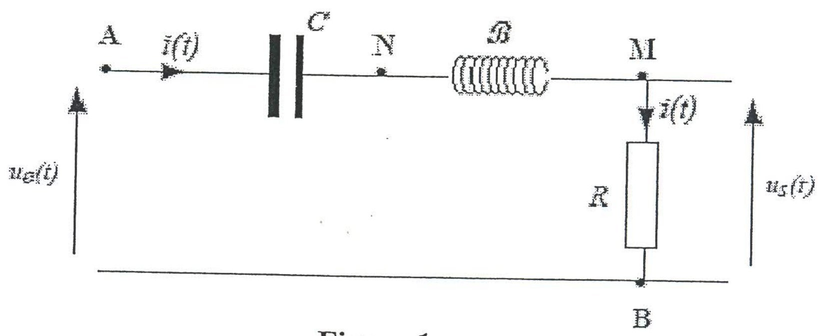

Figure 1

1) Soient u_s et u_e les amplitudes complexes respectives des tensions de sortie et d'entrée.

1.1. Écrire l'impédance complexe $Z_{AB}(j\omega)$ du dipôle **AB**. On rappelle l'égalité $j^2 = -1$.

1.2. Exprimer, en fonction de R, L, C et ω, la fonction de transfert (ou transmittance) définie par le rapport complexe $H(j\omega) = us/ue$.

2) On pose $\omega_o = 1/\sqrt{LC}$ (pulsation propre), $x = \omega/\omega_o$ (variable sans dimension) et $Q = L\omega_o/R$ (facteur de qualité).

2.1. Donner, en fonction de Q et x, une expression simplifiée $H(jx)$ de la fonction de transfert.

2.2. Cette fonction $H(jx)$ est caractérisée par son argument $\phi(x)$ (ou déphasage entre les deux tensions us et ue). Déterminer la valeur de x pour laquelle ces deux tensions sont en phase.

2.3. $H(jx)$ est aussi caractérisée par son gain (ou module) $G(x)$. Montrer que, quelle que soit la valeur de Q, $G(x)$ admet une même valeur maximale G_{max}.

3) La bande passante de ce circuit est le domaine de x pour lequel $(G_{max}/\sqrt{2}) \leq G(x) \leq G_{max}$.

3.1. Exprimer, en fonction de Q, l'étendue Δx de cette bande passante.

3.2. En déduire que la sélectivité du filtre « passe-bande » (bande passante $\Delta\omega$ étroite) est liée au facteur de qualité Q, et donc à la valeur de R pour une inductance donnée.

3.3. Soient Q_a et Q_b deux valeurs de Q telles que $Q_a > Q_b$. Tracer l'allure des courbes représentatives des fonctions $GQa(\omega)$ et $GQb(\omega)$, et faire apparaître les bandes passantes $\Delta\omega_a$ et $\Delta\omega_b$ correspondantes.

Partie 2

Valeurs numériques des constantes physiques
– Vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3.10^8 \text{ms}^{-1}$;
– Permittivité du vide: $\varepsilon_0 = 8{,}85\ 10^{-12} \text{Fm}^{-1}$;
– Perméabilité du vide: $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7} \text{Hm}^{-1}$.

A. Ligne coaxiale

On considère une ligne coaxiale cylindrique d'axe Oz, constituée d'un conducteur central plein de rayon r_1 (« l'âme ») séparé par le vide d'un conducteur creux de rayon intérieur r_2 et de rayon extérieur r_3 (« gaine »).□
On utilise les coordonnées cylindriques r,□θ,□z et le repère local associé.
Dans tous les cas envisagés dans ce problème, le système possède la symétrie cylindrique (invariance des charges et des courants dans les rotations d'axe Oz et dans la symétrie par rapport à tout plan contenant l'axe Oz).
On négligera les effets de bords aux extrémités de la ligne coaxiale.
Pour les applications numériques on prendra $r_1 = 1$mm, $r_2 = 2$mm et $r_3 = 3$mm.

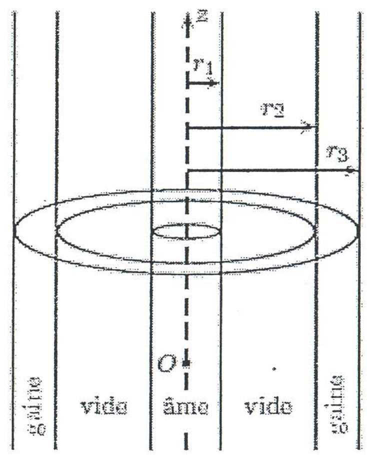

Figure2 –ligne coaxiale

I. Electrostatique

L'âme et la gaine sont isolées. L'âme porte une charge électrique linéique Λ = Cte (charge par unité de longueur selon Oz) et la gaine la charge électrique linéique opposée $-\Lambda$. La ligne coaxiale constitue un condensateur cylindrique à l'équilibre électrostatique.

1) Préciser la répartition des charges.

Justifier que le champ électrique est de la forme $\vec{E}\,(r, z, \theta) = E(r)\overrightarrow{u_r}$ (1)
Déterminer $E(r)$ pour tout r ($0 \leq r < \infty$).
Tracer la courbe $E(r)$ en fonction de r.
Vérifier que le condensateur est à l'équilibre électrostatique.

2) Calculer la différence de potentiel $U = U_{r1} - U_{r2}$ entre l'âme et la gaine.

En déduire la capacité C_l par unité de longueur (valeurs littérales et numériques) du condensateur.

3) Calculer l'énergie électrique W_l du condensateur par unité de longueur en intégrant la densité d'énergie électrique à l'intérieur du condensateur. On exprimera la réponse en fonction de Λ, r_1 et r_2.

II. Magnétostatique

L'âme est parcourue par un courant d'intensité $I =$ Cte, la gaine par un courant d'intensité $-I$.

1) Déterminer le champ magnétique à l'intérieur de la ligne (pour $r_1 < r < r_2$).

2) Calculer l'énergie magnétique W_m par unité de longueur contenue dans l'espace entre l'âme et la gaine ($r_1 < r < r_2$). Le résultat est de la forme $W_m = \dfrac{L_l I^2}{2}$

En déduire le coefficient L_l (valeurs littérales et numériques).
Calculer la valeur littérale du produit $C_l.L_l$.

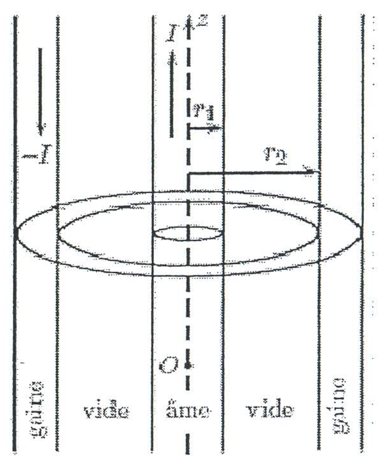

Figure 3- courant constant

III. Régime variable

On considère un régime variable à symétrie cylindrique. Dans un tel régime le courant et la charge linéique dans les conducteurs sont fonctions du temps t et de la cote z. On notera $I(z, t)$ l'intensité du courant dans l'âme, dans le sens des z croissants, à la cote z, et $\Lambda(z, t)$ la charge linéique de l'âme à la cote z.
On se propose de chercher un champ électromagnétique de la forme

$$\vec{E}(r, z, \theta, t) = E(r, z, t)\overrightarrow{u_r},\ \vec{B}(r, z, \theta, t) = B(r, z, t)\overrightarrow{u_\theta} \quad (2)$$

A l'intérieur du câble coaxial ($r1 < r < r2$) on écrira

$$\vec{E}(r, z, \theta, t) = \frac{a(z,t)}{2\pi\epsilon_0 r}\overrightarrow{u_r},\ \vec{B}(r, z, \theta, t) = \frac{\mu_0 b(z,t)}{2\pi r}\overrightarrow{u_\theta} \quad (3)$$

Où $a(z, t)$ et $b(z, t)$ sont des fonctions de z et t.

1) Ecrire les équations de Maxwell locales dans le vide à l'intérieur de la ligne (pour $r1 < r < r2$) et pour le champ électromagnétique (3).
Montrer que deux de ces équations sont satisfaites.
Montrer que les autres équations impliquent que $a(z, t)$ et $b(z, t)$ satisfont à deux équations couplées aux dérivées partielles.
On utilisera les expressions de la divergence et du rotationnel du champ
$\vec{A} = A_r \vec{ur} + A_\theta \overrightarrow{u_\theta} + A_z \overrightarrow{u_z}$ en coordonnées cylindriques :

$$\vec{\nabla}.\vec{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (4)$$

et

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{A} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z}\right)\vec{u}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right)\vec{u}_\theta + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial z}(rA_\theta) - \frac{\partial A_z}{\partial \theta}\right)\vec{u}_\theta \quad (5)$$

Nota. On ne demande pas d'écrire les équations de Maxwell dans les régions $r > r2$ et $r < r1$. Vous ne chercherez pas à déterminer le champ dans ces régions.
2) Enoncer le théorème de Gauss et le théorème d'Ampère généralisé en régime variable.
En utilisant ces théorèmes exprimer $a(z, t)$ et $b(z, t)$ en fonction de $I(z, t)$ et $\Lambda(z, t)$.
3) A partir des résultats des deux questions précédentes, écrire deux équations aux dérivées partielles vérifiées par $\Lambda(z, t)$ et $I(z, t)$. Commenter.
Etablir l'équation de propagation du courant $I(z, t)$. Commenter.