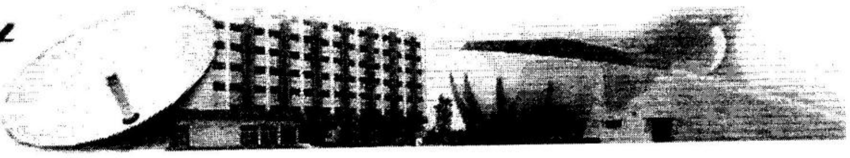


CONCOURS D'ACCES EN PREMIERE ANNEE
DU CYCLE D'INGENIEURS D'ETAT
15 Juillet 2008

Epreuve de PHYSIQUE
(Durée :2 h 30mn)

<u>Avertissement</u>

- Les 3 exercices sont idépendants et doivent être traités sur des feuilles séparées.
- L'appréciation des copies tient compte de la rigueur, de la clarté des raisonnements et de la présentation.
- Encadrer vos résultats.
- Ecrire avec un stylo à bille ou à encre, bleu ou noir.

Exercice 1.

Un fil rectiligne, représenté par un modèle infini, de direction Oz, porte des charges électrostatiques positives réparties uniformément avec la densité linéique λ (figure 1). Un point M de l'espace est repéré par ses coordonnées cylindriques $(r,\ \theta,\ z)$, le trièdre direct ($\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z$) constitue la base locale cylindrique. $HM = r$.

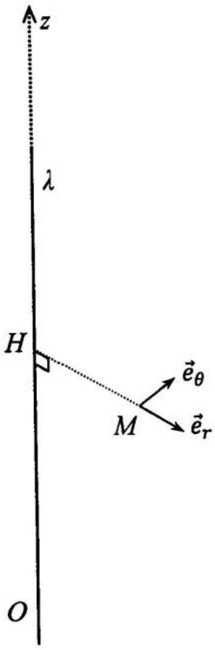


Figure 1

1) A l'aide des propriétés de symétrie, justifier que le champ électrostatique associé à cette distribution de charges, s'écrit $\vec{E}(M) = E(M)\vec{e}_r$.

2) En exploitant les invariances de la distribution, justifier que le champ $E(M)$ ne dépond que de r.

3) Par application du théorème de GAUSS, déterminer le vecteur champ électrostatique $\vec{E}(M)$.

4) En déduire, à une constante près, le potentiel électrostatique $V(M)$ créé en M par le fil.

Deux fils rectilignes « infinis » L_1 et L_2, distants de d et parallèles à l'axe Oz portent des charges réparties uniformément avec les densités linéiques $-\lambda$ et λ.

Le plan perpendiculaire aux deux fils passant par O, est repéré par les axes Ox et Oy. O est le milieu du segment O_1O_2, O_1 et O_2 étant les traces respectives dans ce plan des fils L_1 et L_2 (figure 2).

On rapproche les deux fils, de telle sorte qu'au cours de l'opération, le produit λd reste constant et égal à K, avec $OM = r \gg d$.

5) Établir dans ces conditions une expression approchée du potentiel $V(M)$ créé par les deux fils au point M du plan situé aux distances r_2 de O_2 et r_1 de O_1.

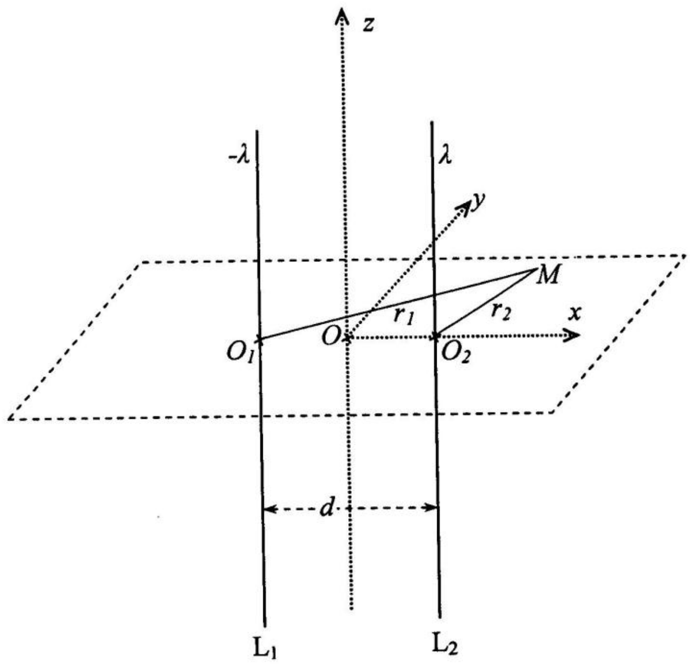
6) Exprimer $V(M)$ en fonction des coordonnées polaires r et θ de M. On prend $V(O) = 0$.

7) Indiquer la nature des traces dans le plan (xOy) des surfaces équipotentielles autres que $V=0$.

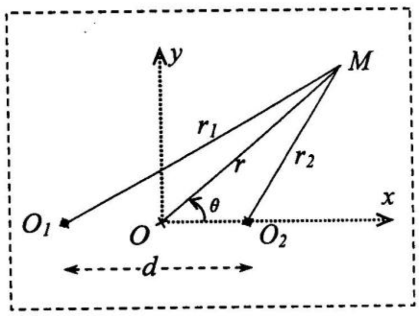
8) Soit $\vec{E}(M)$ le vecteur champ électrostatique qui dérive du potentiel $V(M)$. On rappelle qu'en coordonnées cylindriques le gradient d'un champ scalaire $f(M)$ s'écrit $\overrightarrow{grad}f(M) = \frac{\partial f}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\vec{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{e}_z$.
   a) Déterminer l'expression de $\vec{E}(M)$ dans la base cylindrique.
   b) Établir l'équation des lignes $\|\vec{E}(M)\|$ = cste

c) Quelle est la nature de ces lignes ?

d) Déterminer l'angle $\alpha = (Ox, \vec{E}(M))$ en fonction de θ.



Représentation en perspective



Représentation dans le plan *xoy*

Figure 2

Exercice 2

Le circuit de la figure 3 est alimenté entre ses bornes "d'entrée" A et B par un générateur qui délivre à l'instant t la tension $u_e(t)$. Cette tension, sinusoïdale, a pour amplitude complexe $\underline{U}_e$, et pour pulsation ω"
En sortie", entre les bornes A_1 et B_1, est placé un dipôle D d'impédance complexe $\underline{Z}$.

1) Calculer en fonction de L, C, ω et $\underline{Z}$ l'impédance complexe $\underline{Z}_e$ du circuit vue entre les bornes A et B (impédance d'entrée). j est le nombre complexe tel que $j^2 = -1$.

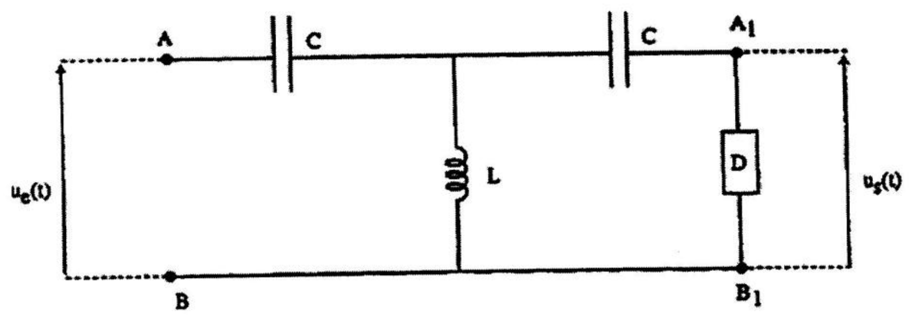


Figure 3

2) En déduire la valeur de $\underline{Z}$ pour laquelle $\underline{Z_e}=\underline{Z}$ (appelée alors impédance itérative).

3) Compte tenu du résultat de la question précédente, indiquer le domaine des pulsations pour lesquelles $\underline{Z}$ a un comportement résistif ($\underline{Z}$ réel positif), quelle que soit la pulsation dans ce domaine. On donne $L = 1mH$ et $C = 0{,}2\mu F$.

Dans toutes les questions suivantes, on prend comme valeur de $\underline{Z}$ celle qui correspond à l'expression de la question précédente pour les très hautes fréquences $(\omega \to \infty)$.

4) Donner la valeur numérique de la résistance R_0 ainsi obtenue.

5) Examiner le comportement du circuit pour $\underline{Z} = R_0$, pour $\omega = 0$ et $\omega \to \infty$. Indiquer dans ces conditions la nature du filtre que constitue le circuit.

Exercice 3

On rappelle les équations de Maxwell dans le vide :

* $div\vec{E} = 0$ équation de MAXWELL-GAUSS
* $div\vec{B} = 0$ équation de MAXWELL relative au flux
* $\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ équation de MAXWELL-FARADAY
* $\overrightarrow{rot}\vec{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ équation de MAXWELL-AMPERE

Une onde plane progressive monochromatique, de longueur d'onde $\lambda = 6.10^{-7}m$, se propage dans le vide. A tout instant t, son vecteur champ électrique complexe $\underline{\vec{E}}$ au point $P(x, y, z)$ a pour composantes cartésiennes $\underline{E}_x, \underline{E}_y, \underline{E}_z$ avec :

$$\begin{cases} \underline{E}_z = 0 \\ \underline{E}_x = E_0 \exp j\Phi \text{ où } \Phi = \frac{k}{3}(2x+2y+z) - \omega t \end{cases}$$

L'amplitude E_o vaut $10^{-4} Vm^{-1}$. j est le nombre complexe tel que $j^2 = -1$. ω est la pulsation temporelle et k est un scalaire réel positif. c désigne la vitesse de la lumière dans le vide ($c = 3.10^8\ m.s^{-1}$) et ε_0 la permittivité diélectrique du vide $(1/4\pi\varepsilon_0 = 9.10^9 S.I)$. On rappelle que $1eV$ (1 électron-volt) vaut $1{,}6.10^{-19}$ joule.

1) Donner la relation entre c, N et λ puis calculer la fréquence N de l'onde.

2) Calculer la valeur numérique de k.

3) Indiquer l'équation cartésienne des plans d'onde puis exprimer le vecteur unitaire de la direction de propagation de cette onde.

4) À l'aide de l'équation de MAXWELL-GAUSS, établir l'expression de $\underline{E}_y$ en fonction de $\underline{E}_x$. Préciser le déphasage entre ces deux composantes de $\vec{\underline{E}}$.

5) On cherche le champ d'induction magnétique en notation complexe sous la forme $\vec{\underline{B}} = \vec{\underline{B}}_0 \exp(-j\omega t)$ Calculer en fonction de $\underline{E}_x$ les composantes cartésiennes du vecteur champ magnétique complexe $\vec{\underline{B}}$ de l'onde.

6) Calculer en fonction de Φ la densité d'énergie électromagnétique u au point P et à la date t.

7) Calculer la valeur moyenne $<u>$ de u sur une période, en fonction de E_0 et ε_0. Exprimer la valeur numérique de $<u>$ en eV.

8) Calculer en fonction de Φ, les composantes cartésiennes du vecteur de POYNTING $\vec{R}$ de l'onde.

9) Calculer sa valeur moyenne temporelle $<\vec{R}>$.

10) En déduire une relation entre $<\vec{R}>$ et $<u>$. Conclure sur la vitesse de propagation de l'énergie électromagnétique dans le vide.