

Epreuve des Mathématiques
Feuille de réponse

Nom : Prénom : Diplôme :

Matricule : N° de dossier : CIN :

Note :

Cocher la bonne réponse. [Placer une croix sur le carré]

Question 1.	A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>
Question 2.	A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>
Question 3.	A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>
Question 4.	A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>
Question 5.	A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>
Question 6.	A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>
Question 7.	A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>
Question 8.	A. <input checked="" type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>
Question 9.	A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>
Question 10.	A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>
Question 11.	A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>
Question 12.	A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>
Question 13.	A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>
Question 14.	A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>
Question 15.	A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>
Question 16.	A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>
Question 17.	A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>
Question 18.	A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>
Question 19.	A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>
Question 20.	A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>

Concours d'accès en 1^{ère} année du Cycle Ingénieur de l'ENSA de Safi Epreuve de Mathématiques

Durée : 1 heure

Date : 11/07/2013

CONSIGNES SPECIFIQUES :

Lire attentivement les consignes afin de vous placer dans les meilleures conditions de réussite de cette épreuve :

- L'usage de la calculatrice ou de tout autre appareil électronique est interdit ;
- Aucun document autre que ce sujet et sa grille de réponse n'est autorisé ;
- Chaque question admet une seule réponse juste ;
- Attention, il ne s'agit pas d'un examen mais bien d'un concours qui aboutit à un classement. Si vous trouvez ce sujet « difficile », ne vous arrêtez pas en cours de composition, n'abandonnez pas, restez concentré(e). Les autres candidats rencontrent probablement les mêmes difficultés que vous !
- Barème : afin d'éliminer les stratégies de réponses au hasard, chaque réponse exacte est gratifiée de 1 point, tandis que chaque réponse fautive est pénalisée par le retrait de 0,5 point.

Question 1 : La suite définie par $u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{2n}$ converge vers :

A. e^{-1}	B. $\ln 2$	C. $-\ln 2$	D. 1
-------------	------------	-------------	------

Question 2 : La somme $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{5^n}$ est égale à :

A. $2 \ln 3$	B. $+\infty$	C. $\frac{1}{6}$	D. 2
--------------	--------------	------------------	------

Question 3 : Soit $A(0,1,0)$, $B(0,-1,1)$ et $C(1,-1,1)$ des points de l'espace rapporté à une repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, alors le produit scalaire $\overline{AB} \cdot \overline{BC}$ est égale à :

A. 2	B. \vec{O}	C. \overline{AC}	D. 0
------	--------------	--------------------	------

Question 4 : Soit f définie par $f(x,y) = x^2 + y^2 + \cos(x^2 + y^2)$, f a un minimum absolu à l'origine égale à :

A. 0	B. 2	C. 1	D. $1/2$
------	------	------	----------

Question 5 : Soit l'intégrale double définie par $I = \iint_{D_1} (x^2 + y^2) dx dy$ où

$D_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 \leq 2\}$, I est égale :

A. 2π	B. 0	C. π^2	D. 3
-----------	------	------------	------

Question 6 : La solution de l'équation d'inconnu $x \in \mathbb{R}$ $x^3 + x^2 + x = 1/3$ est :

A. $-(1 + \sqrt[3]{2})^{-1}$	B. -3	C. $\sqrt[3]{3}$	D. $\sqrt[3]{e}$
------------------------------	-------	------------------	------------------

Question 7 : L'intégrale $I = \int_0^{2\pi} \sqrt{\frac{1+\cos x}{2}} dx$ est égale à :

A. 0	B. $\pi - 3$	C. 4	D. $+\infty$
------	--------------	------	--------------

Question 8 : La limite de la suite $\int_0^{+\infty} \frac{\arctan\left(\frac{n+1}{n}x\right)}{1+x^2} dx$ est

A. π	B. $\frac{\pi^2}{8}$	C. e	D. $2\pi - \ln 3$
----------	----------------------	--------	-------------------

Question 9 : Au voisinage de 0^+ :

A. $\sqrt{\sin(4x)} = 2\sqrt{x} - \frac{8}{3}x^{3/2} + o(x^{3/2})$	B. $\frac{\sqrt{1-\cos(x)}}{\sqrt{\tan(x)}} = \sqrt{x} + o(\sqrt{x})$	C. $x^x = x \ln(x) + o(x)$	D. $e^x \sim x$
-----------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------	-------------------------------	--------------------

Question 10 : On veut ranger trois boules (une rouge, une verte et une jaune) dans cinq casiers numérotés 1, 2, 3, 4 et 5. Chaque boule va dans un casier. Chaque casier peut contenir zéro boule, une boule ou plusieurs boules. Tous les rangements possibles sont supposés équiprobables.

A. Le nombre de rangement possible est 3^5	B. La probabilité qu'un casier contienne exactement deux boules est $P_2 = \frac{4}{25}$	C. La probabilité que le casier n°1 soit vide lors d'un rangement est $\left(\frac{4}{5}\right)^3$	D. La probabilité d'avoir deux boules de même couleur est 0,15
----------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------

Question 11 : Soit le polynôme P définie par $\forall n \in \mathbb{N}, P(n) = n^3 - n$

A. $P(n)$ est impaire	B. $P(n) = O[4]$	C. $n^3 - n$ est divisible par 3	D. $P(n) = O[12]$
-----------------------	------------------	----------------------------------	-------------------

Question 12 : Le reste de la division par puissance croissante au degré 2 de $f(x) = 3 - x^2 + 3x^3$ par $1 - x^2$ est

A. $2x^3 + 3x$	B. $2x^4 - 3x^3$	C. $2x^3 + 3x^2$	D. $2x^4 + 3x^3$
----------------	------------------	------------------	------------------

Question 13 : La transformée de Fourier \mathcal{F} de la fonction $f(x) = xe^{-\pi x^2}$ est égale à :

A. $-if$	B. $2f$	C. 0	D. if
----------	---------	------	---------

Question 14 : On considère la fonction holomorphe $f(z) = \frac{\text{Log}(z)}{z-1}$, alors

A. $f(1-i) = -\frac{7\pi}{4} + \frac{i}{2} \ln 2$	B. $f(1-i)$ n'existe pas	C. $f(1-i) = \frac{\pi}{4} + \frac{i}{2} \ln 2$	D. $f(1-i) = \ln \sqrt{2}$
------------------------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------------------	----------------------------

Question 15 : Le résidu de $g(z) = \frac{1}{(z^2+1)^3}$ en $z=i$ est

A. n'existe pas	B. $\frac{3i}{8}$	C. $\frac{3\pi}{8}$	D. $\frac{-3i}{16}$
-----------------	-------------------	---------------------	---------------------

Question 16 : Sachant que $\int_{\mathbb{R}} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$, l'intégrale $\int_{\mathbb{R}} \frac{1-e^{-x^2}}{x^2} dx$ est égale à

A. $\sqrt{\pi}$	B. $2\sqrt{\pi}$	C. $\sqrt{2\pi}$	D. $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$
-----------------	------------------	------------------	---------------------------

Question 17 : On considère la matrice A suivante $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ et I la matrice identité à trois lignes et trois colonnes, alors

A. $A-I$ est inversible	B. $I+A+A^2$ est de rang 1	C. $A^2 = A$	D. $A^{-1} = (A^2)^T$
-------------------------	----------------------------	--------------	-----------------------

Question 18 : La matrice de la projection de \mathbb{R}^3 sur P (d'équation $x + 2y - z = 0$) parallèlement à D (d'équation $\begin{cases} x+y=0 \\ y+z=0 \end{cases}$ est

A. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	B. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	C. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	D. $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
--------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------

Question 19 : En faisant le changement de variable $t = \sqrt{x-1}$, la valeur de l'intégrale

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x-1}}$$
 est

A. $\frac{\pi}{2}$	B. 0	C. $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$	D. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$
--------------------	------	----------------------------	--------------------------

Question 20 : Déterminer l'ensemble compact parmi les ensembles suivants

A. $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4; (x^2 - y^2)(z^2 - t^2) = 1\}$	C. $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^4 + y^2 + \cos(z) = 1\}$
B. $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4; x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 - t^2\}$	D. $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; \ln(x^2 + y^4 + 2z^6) = 1\}$