Université Mohammed Premier

Ecole Nationale des Sciences Appliquées d'Oujda

Concours d'entrée en 1ère année du cycle ingénieur

Epreuve de Mathématiques

Samedi 1 août 2015 – Durée 1h30

Notation :

L'épreuve comporte 20 questions. Pour chaque question, une seule réponse est juste.

Réponse juste = 2 point ; Réponse fausse = -1 point ; Pas de réponse = 0 point.

La note de l'épreuve sera ramenée à 0 en cas de total négatif.

Les calculatrices sont strictement interdites

Q1 : Le rayon de convergence de la série entière $\sum_{n>0} \frac{1}{n(n+1)} x^n$ est :

(A) $R = \frac{1}{2}$ (B) $R = +\infty$ (C) $R = 0$ (D) $R = 1$.

Q2 : La somme de la série entière $\sum_{n=1}^{+\infty} n x^n$ vaut :

(A) $\frac{x}{1-x}$ (B) $\ln(1-x)$ (C) $\frac{x}{(1-x)^2}$ (D) $\frac{1}{1+x}$

Q3 : Parmi les intégrales généralisées suivantes une seule diverge, laquelle ?

(A) $\int_3^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{x} dx$ (B) $\int_3^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx$ (C) $\int_3^{+\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$ (D) $\int_3^{+\infty} \frac{\cos x}{\sqrt{x}} dx$.

Q4 : Soit $D = \{(x, y) \in IR^2 \ / \ x^2 + y^2 \le 1, y \ge 0\}$ et $I = \iint_D (x^2 + y^2) dxdy$

(A) $I = \frac{\pi}{2}$ (B) $I = \frac{\pi}{4}$ (C) $I = 2\pi$ (D) $I = \pi$.

Q5 : Soit $\Delta = \{(x, y, z) \in IR^3 \ / \ 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1, 0 \le z \le 1\}$ et $J = \iiint_\Delta xyz \, dxdydz$

(A) $J = \frac{5}{2}$ (B) $J = 2$ (C) $J = \frac{2}{3}$ (D) $J = \frac{1}{8}$.

K. S

Q_6 : le développement limité au point 0 de la fonction $e^{sin(x)}$ à l'ordre 4 est :

(A) $e^{sin(x)} = 1 + x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{8} + o(x^4)$ (B) $e^{sin(x)} = 1 - 2x + \frac{x^2}{6} + o(x^4)$

(C) $e^{sin(x)} = 1 + x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} + o(x^4)$ (D) $e^{sin(x)} = 1 + x + \frac{x^2}{6} + \frac{x^4}{16} + o(x^4)$

Q_7 : Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x sin\left(\frac{1}{2x}\right)}{\sqrt{1+\frac{1}{2x}}}$ donc :

(A) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$ (B) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -1$ (C) n'admet pas de limite (D) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{1}{2}$

Q_8 : La solution générale à valeurs réelles de l'équation différentielle $y'' + y' - 2y = e^x$ est donné par (α et β étant deux constantes réelles) :

(A) $y(x) = \alpha e^x + \beta e^{-2x}$ (B) $y(x) = \left(\frac{1}{3}x + c\right) e^x + \beta e^{-2x}$

(C) $y(x) = \frac{1}{3}x + \alpha \cos(-2x) + \beta \sin(-2x)$ (D) $y(x) = (x + \alpha)e^{-2x}$

Q_9 : La solution générale de l'équation différentielle : $y' + 2y = x^2$ est définie, pour λ une constante réelle, par :

(A) $y(x) = \lambda e^{-2x} + x^2 + 0.5$ (B) $y(x) = \lambda e^{-2x} + 0.5\,(x^2 - x + 0.5)$

(C) $y(x) = \lambda x e^{-2x} + x^2 - 0.5x$ (D) $y(x) = (\lambda - 0.5x)\, e^{-2x}$

Q_{10} : soit la suite de terme général $u_n = \frac{1+2+3+\cdots+n}{n^2}$

(A) $\lim_{n \to +\infty} u_n = 0$ (B) $\lim_{n \to +\infty} u_n = \frac{1}{2}$ (C) $\lim_{n \to +\infty} u_n = 1$ (D) $\lim_{n \to +\infty} u_n = +\infty$

Q_{11} : On pose $f_n(x) = \frac{1}{(1+x^2)^n}$ avec $x \in IR$ donc :

(A) $\lim_{n \to +\infty} f_n(x) = 0, \quad \forall x \in IR$

(B) f_n converge uniformément $\forall x \in IR$

(C) f_n converge uniformément $\forall x \in IR / |x| > a$ avec $a > 0$

(D) f_n converge uniformément $\forall x \in IR / |x| \leq a$ avec $a > 0$

K.S

Q12 : **(A)** $\lim\limits_{x \to 0^+} xE\left(\frac{1}{x}\right) = 1$ **(B)** $\lim\limits_{x \to 0^+} xE\left(\frac{1}{x}\right) = +\infty$ **(C)** $\lim\limits_{x \to 0^-} xE\left(\frac{1}{x}\right) = 0$ **(D)** n'admet pas de limite

Q13 : Soit la fonction f définie par $f(x) = ln\left(\sqrt{x^2+1} + x\right)$ donc :

(A) $D_f = [1, +\infty[$ **(B)** f est paire **(C)** f est impaire **(D)** f ni paire ni impaire

Q14 : Soit $a \in [1,2]$ et $X = \sqrt{a + 2\sqrt{a-1}} + \sqrt{a - 2\sqrt{a-1}}$ alors :

(A) $X = 2\sqrt{2-a}$ **(B)** $X = 2$ **(C)** $X = 2\sqrt{a-1}$ **(D)** $X = 1$

Q15 : Soit la fonction f définie sur IR^2 par $f(x,y) = \dfrac{y^3}{(x-1)^2 + y^2}$. La limite de f en $(1,0)$ vaut :

(A) $\lim\limits_{(x,y)\to(1,0)} f(x,y) = 0$ **(B)** $\lim\limits_{(x,y)\to(1,0)} f(x,y) = 1$ **(C)** $\lim\limits_{(x,y)\to(1,0)} f(x,y) = +\infty$ **(D)** n'existe pas

Q16 : Parmi les fonctions suivantes une seule est différentiable en $(0,0)$, laquelle ?

(A) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^2} & si\ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$ **(B)** $f(x,y) = |x| + |y|$

(C) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^2} & si\ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$ **(D)** $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{x^2+y^2} & si\ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$

Q17 : Soit la fonction f définie sur IR^2 par $f(x,y) = \dfrac{x^4}{2} - x^2 + y^2$. Le point (x_0, y_0) est minimum local de f :

(A) $(x_0, y_0) = (0,0)$ **(B)** $(x_0, y_0) = (1,0)$ **(C)** $(x_0, y_0) = (-1,1)$ **(D)** $(x_0, y_0) = (0,1)$

Q18 : Soit $z = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}$ alors :

(A) $z = 2^9(1 - i\sqrt{3})$ **(B)** $Re(z) = 256$ **(C)** $Im(z) = -20\sqrt{3}$ **(D)** $|z| = 2015$

Q19 : Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ donc :

(A) $A^2 = 2A + I$ **(B)** $A^2 = A - 2I$ **(C)** A est inversible et $A^{-1} = \frac{1}{2}(I - A)$ **(D)** $(A + I)(A - 2I) = 0$

$$\begin{matrix} -1 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{matrix}$$

(A) A est diagonalisable **(B)** $u_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ est vecteur propre de A

(C) A est inversible **(D)** A est trigonalisable

K.S