

**Université Mohammed Premier**  
**Ecole Nationale des Sciences Appliquées**

**Concours d'entrée en 1ère année du Cycle ingénieur**  
**Epreuve de Mathématiques**  
**Lundi 23 juillet 2012**

*Les calculatrices sont strictement interdites*

**Question 21 :** Soit la suite  $(u_n)$  définie par  $u_n = \left(1 - \frac{2}{n}\right)^n$ . La limite de  $(u_n)$  quand  $n$  tend vers  $+\infty$  vaut :

- (a) 0                      (b)  $e^2$                       (c)  $\frac{1}{e^2}$                       (d) 1

**Question 22 :** Soit  $(u_n)$  une suite réelle. Parmi les affirmations suivantes, laquelle est vraie ?

- (a) Si  $(u_n)$  converge alors elle est monotone.  
(b) Si  $(u_n)$  diverge alors elle est monotone.  
(c) Si  $(u_n)$  diverge alors elle est non bornée.  
(d) Si  $(u_n)$  est décroissante et non minorée alors elle tend vers  $-\infty$ .

**Question 23 :** Les racines cubiques de 1 sont :

- (a)  $1 ; \frac{1-i\sqrt{3}}{2} ; \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$                       (b)  $1 ; \frac{1-i\sqrt{3}}{2} ; \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$   
(c)  $1 ; \frac{1+i\sqrt{3}}{2} ; \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$                       (d)  $1 ; \frac{-1+i\sqrt{3}}{2} ; \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$

**Question 24 :** La limite de la suite  $S_n = \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \dots + \frac{(-1)^n}{n!}$  est :

- (a)  $+\infty$                       (b)  $\frac{1}{e}$                       (c)  $-1+e$                       (d)  $\ln 2$

**Question 25 :** Parmi les affirmations suivantes, laquelle est vraie ?

- (a) La série réelle  $\sum_{n \geq 1} \frac{x^n}{n}$  converge si et seulement si  $|x| < 1$ .  
(b) La série réelle  $\sum_{n \geq 1} \frac{x^n}{n!}$  converge si et seulement si  $|x| < 1$ .  
(c) La série numérique  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n \ln n}$  diverge.  
(d) La série numérique  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^\alpha}$  converge si et seulement si  $\alpha \geq 1$ .

**Question 26 :** Le PGCD des polynômes  $P(X) = X^6 - 7X^4 + 8X^3 - 7X + 7$  et  $Q(X) = 3X^5 - 7X^3 + 3X^2 - 7$  est :

- (a)  $X^3 + 1$       (b)  $X^3 - 1$       (c)  $X^3 + X + 1$       (d)  $X^3 - X + 1$

**Question 27 :** Pour  $n$  entier naturel, on pose l'intégrale de Wallis  $W_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n(x) dx$ . On a la relation :

- (a)  $(n+1)W_{n+2} = nW_n$       (b)  $(n+2)W_{n+2} = (n+1)W_n$   
 (c)  $(n+1)W_{n+2} = (n+2)W_n$       (d)  $(n+2)W_{n+2} = (n+1)W_{n+1} - nW_n$

**Question 28 :** Le développement limité à l'ordre 6 au voisinage de 0 de la fonction  $\frac{1 - \cos x}{x}$  est :

- (a)  $\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24} + \frac{x^6}{720} + o(x^6)$       (b)  $-\frac{x}{2} + \frac{x^3}{24} - \frac{x^5}{720} + o(x^6)$   
 (c)  $\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \frac{x^6}{720} + o(x^6)$       (d)  $\frac{x}{2} - \frac{x^3}{24} + \frac{x^5}{720} + o(x^6)$

**Question 29 :** Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^2$  par  $f(x, y) = \frac{\sin(xy)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ . La limite de  $f$  en  $(0, 0)$  vaut :

- (a) 0      (b) 1      (c)  $+\infty$       (d) n'existe pas

**Question 30 :** L'aire de l'ellipse d'équation  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = R^2$  est donné par :

- (a)  $\frac{\pi R^2}{ab}$       (b)  $a^2 b^2 \pi R^2$       (c)  $ab \pi R^2$       (d)  $2ab \pi R^2$

**Question 31 :** Parmi les intégrales généralisées suivantes une seule converge, laquelle ?

- (a)  $\int_0^1 \frac{\cos x}{x} dx$       (b)  $\int_1^{+\infty} \frac{\arctan x}{x} dx$       (c)  $\int_1^{+\infty} \frac{e^x}{x} dx$       (d)  $\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$

**Question 32 :** Pour  $x \in \mathbb{R}$ , on note par  $E(x)$  la partie entière de  $x$ . On a la relation :

- (a)  $E(x) + E(y) \leq E(x + y)$       (b)  $E(x) + E(y) = E(x + y)$   
 (c)  $E(2x) + E(2y) \leq E(x) + E(y) + E(x + y)$       (d)  $E(x + 1) < E(x) + 1$

**Question 33 :** Parmi les formules suivantes, laquelle est vraie ?

- (a)  $\| |a| - |b| \| \geq |a - b|$       (b)  $\frac{\sqrt{a}}{b} = \sqrt{\frac{a}{b^2}}$  pour tout  $a \geq 0$ .  
 (c)  $|a + b| \leq |a - c| + |c + b|$       (d)  $|a + b| + |a + c| + |b + c| = |a + b + c| + |a| + |b| + |c|$



**Question 39 :** L'image par  $f$  de  $v_1$  a pour coordonnées :

(a)  $\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$

(b)  $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$

(c)  $\begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$

(d)  $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$

**Question 40 :** La matrice de passage de  $B$  à  $(v_1, v_2, v_3)$  est :

(a)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

(b)  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

(c)  $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix}$

(d)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$