UNIVERSITE MOHAMMED V DE RABAT
ECOLE MOHAMMADIA D'INGENIEURS

جامعة محمد الخامس بالرباط
المدرسة المحمدية للمهندسين

Concours D'ADMISSION EN PREMIERE ANNEE

D.E.U.G. ET LICENCE

EPREUVE DE PHYSIQUE

Lundi 15 Juillet 2019

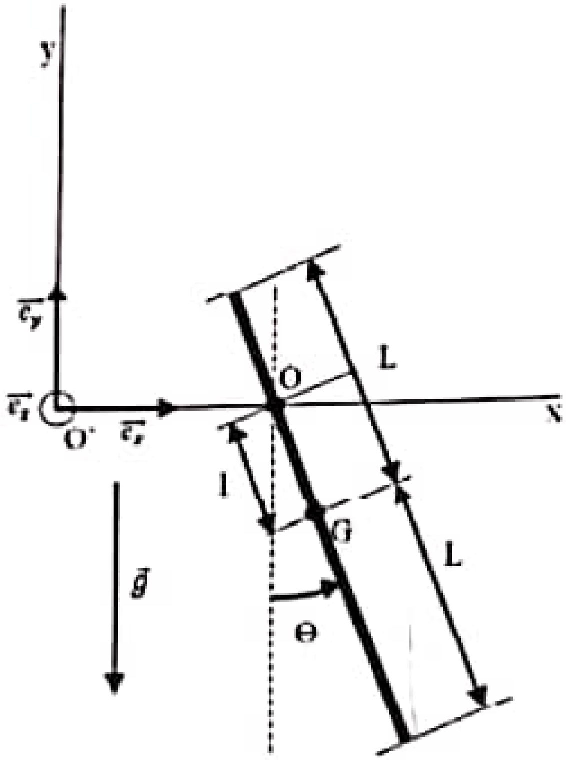
Durée 3 heures

L'épreuve de 4 pages (celle-ci non comprise) comporte trois parties indépendantes

La partie 3 (Electricite) est a rediger sur une feuille à part

Partie 1 : Mécanique

Le système étudié est une tige homogène, de masse m, de longueur 2L et de centre d'inertie G (ses dimensions transversales sont négligeables devant L). Son mouvement s'effectue suivant le plan (xO'y), voir figure ci-contre.



Soit un point O appartenant à la tige tel que OG = l<L. On note G_z un axe passant par G, perpendiculaire à la tige, orienté dans le sens du vecteur $\vec{e_z}$; de même, on note O_z un axe passant par O, perpendiculaire à la tige, orienté dans le sens du vecteur $\vec{e_z}$.

On donne le moment d'inertie de la tige par rapport à l'axe G_z : $I_G = \frac{mL^2}{3}$

1) a) Déterminer le moment d'inertie I_0 de la tige par rapport à l'axe Oz.

   b) Par la suite, on désire obtenir $I_0 = \frac{3}{2}ml^2$.

   Combien doit être la valeur du rapport $\frac{l}{L}$?

2) Soumise à l'action de la pesanteur, la tige effectue des mouvements d'oscillation dans le plan (xO'y), l'axe Oz est maintenu horizontal et fixe, On repère sa position par l'angle $\Theta = \Theta(t)$. La liaison en O est supposée parfaite, la réaction d'axe en O se limite à une force $\vec{R}$ agissant en O.

   a) Etablir les expressions de l'énergie cinétique, E_c, et de l'énergie potentielle, E_p, de la tige en fonction de m, l, Θ, $\frac{d\Theta}{dt}$ et g.

   b) Justifier le fait que l'énergie totale est constante au cours du mouvement.

3) Etablir l'équation différentielle du mouvement de la tige, pour la variable Θ, en appliquant la conservation de l'énergie.

4) Retrouver cette équation, en appliquant le théorème du moment cinétique.

5) a) La tige est lâchée sans vitesse initiale avec $\Theta(0) = \Theta_0 = 0.1$ rad, ce qui correspond à des petits mouvements. Simplifier puis résoudre l'équation du mouvement de la tige.

   b) Calculer la pulsation du mouvement obtenu, notée ω_1.

   On donne : $l = \frac{20}{9}$ m et $g = 10 m/s^2$.

Partie 2 : Thermodynamique

Dans tout le problème, P, T et V désignent respectivement la pression, la température et le volume. Les capacités calorifique à pression constante, Cp et volume constant, Cv, sont constantes et leur rapport γ vaut 1,4. On assimile les gaz à un gaz parfait de constante R = 8,32 $J.K^{-1}.mol^{-1}$. On donne : $Cp = 29\ J.K^{-1}.mol^{-1}$.

On considère un moteur à combustion interne fonctionnant suivant le cycle Diesel défini ci-dessous.

AB : Compression adiabatique réversible de l'air, de l'état (P_1, V_1) jusqu'à l'état (P_2, V_2). Cette compression est caractérisée par le rapport volumétrique : $x = \frac{V_1}{V_2} = 14$

BC : Injection du carburant finement pulvérisé dans l'air comprimé et chaud provoquant son inflammation jusqu'à l'état (V_3, T_3). La combustion se produit à pression constante.

CD : Détente adiabatique réversible des gaz jusqu'à la pression P_4.

DA : Ouverture de la soupape d'échappement, ramenant instantanément la pression à P_1, les gaz subissant un refroidissement isochore.

La quantité de carburant injecté étant faible devant la quantité d'air aspiré, on considérera que le nombre total de moles n'est pas modifié par la combustion.

On étudie les transformations subies par une mole de gaz parfait.

1) Représenter le cycle dans le diagramme (P, V)

2) Ce gaz est admis dans les cylindres à la pression P_1 = 1 bar et à la température T_1 = 330 K.

   a) Calculer le volume V_1

   b) Calculer la pression P_2 et la température T_2 en fin de compression.

3) En fin de combustion, la température du gaz est T_3 = 2 260 K. Calculer le volume V_3 et la chaleur Q_{23} reçue par ce gaz au cours de la transformation BC.

4) Calculer la pression P_4 et la température T_4 en fin de détente.

5) a) Calculer la quantité de chaleur Q_{41} reçue par le gaz au cours de la transformation isochore.

   b) En appliquant le premier principe, calculer le travail fourni par le moteur au cours d'un cycle.

   c) Calculer le rendement η de ce moteur thermique. Comparer le à celui d'un cycle de Carnot.

Rappel :

Pour un gaz parfait subissant une transformation adiabatique réversible d'un état A (P_A, V_A, T_A) à un état B (P_B, V_B, T_B), on peut écrire : $P_A V_A^{\gamma} = P_B V_B^{\gamma}$

Partie 3 : Électricité

Cette partie comporte deux exercices indépendants

Exercice 1 : Deux conducteurs filiformes, parallèles à l'axe Oz, infiniment longs, de traces F_1 $(x = -a, y = 0)$ et F_2 $(x = a, y = 0)$ dans le plan xOy perpendiculaires aux fils, sont parcourus par des courants continus opposés d'intensités respectives $-I$ et I (Figure 2.1).

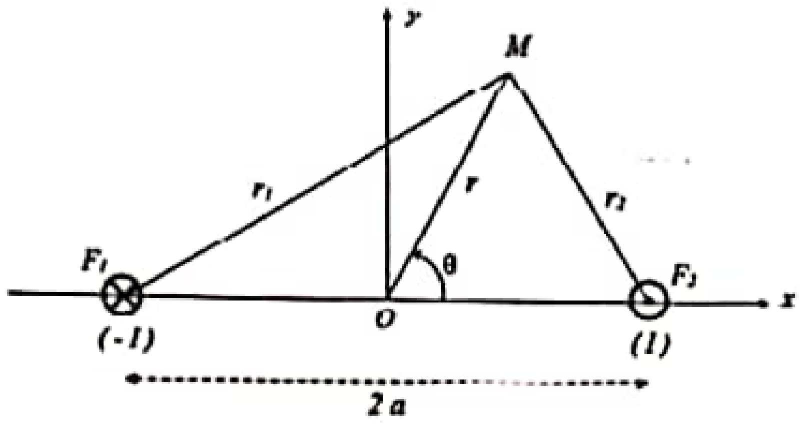


Figure 2.1

On admettra que le potentiel vecteur A est nul au milieu O de F_1F_2.

1) Déterminer le potentiel vecteur A en M repéré par ses distances r_1 et r_2 aux deux fils.
2) On se place aux points M éloignés des deux fils ($OM \gg 2a$). Exprimer en fonction de a, I et des coordonnées polaires de M : $r = OM$ et $\theta = (Ox, OM)$,
   a) le potentiel vecteur approché A en M,
   b) les composantes radiale et orthogonale du champ magnétique B en M.
   c) Exprimer le champ $B(y)$ aux points $M(x = 0, y)$ de la médiatrice Oy de F_1F_2.
3) On soumet le système des deux fils précédents à un champ magnétique uniforme et permanent $B_0 = B_0 u_y$, dirigé suivant la médiatrice Oy de F_1F_2. Exprimer en fonction des coordonnées r et θ de M :
   a) le potentiel vecteur A en M éloigné ($r \gg 2a$),
   b) les composantes radiale et orthogonale du champ magnétique total B en M éloigné.

4) Exprimer, dans les condition de la Question 3 :

a) le rayon R_0 de la surface équipotentielle $A = 0$, en fonction de a, B_0 et I.

b) les composantes du champ B en $M(r, \theta)$ en fonction de B_0, R_0, r et θ, en déduire la direction du champ B en tout point de l'équipotentielle $A = 0$.

Rappel mathématique :

$(1 + x)^a = 1 + ax + o(x)$, $\ln(1 + x) = x + o(x)$, $\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = 2x + o(x)$

Exercice 2 : On repérera un point M par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z) et on désignera $\mathbf{u}_r, \mathbf{u}_\theta$ et $\mathbf{u}_z$ les vecteurs unitaires radial, orthogonal et axial formant une base orthonormée.

On considère un conducteur cylindrique plein, infiniment long, de rayon R et d'axe $z'z$, parcouru par un courant d'intensité I correspondant à une densité volumique de courant $\mathbf{j} = j\,.\,\mathbf{u}_z$ uniforme. En considérant ce conducteur comme un assemblage de conducteurs filiformes infinis, déterminer le potentiel vecteur A en tout point M (on distinguera les deux cas : $r < R$ et $r > R$). On supposera que A s'annule sur la surface du conducteur.

On admettra les deux résultats mathématiques :

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + a^2}\right) + cte$$

Et

$$\int_0^{2\pi} \ln\left(\sqrt{x^2 + y^2 - 2xy\cos\theta}\right) d\theta = 2\pi\,.\ln(\sup(x, y))$$