ROYAUME DU MAROC

Ecole Hassania des Travaux Publics

Concours d'Accès en 1ère Année

Réservé aux Titulaires du CUES ou DEUG (option MP)

- Epreuve de Physique
- Durée : 3h

Mardi 06 Juillet 2004

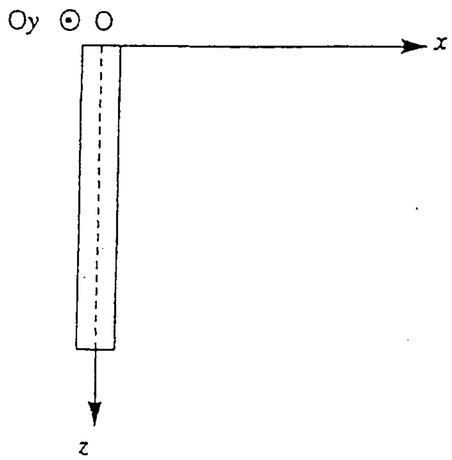
L'épreuve comporte deux parties indépendantes.
La plus grande importance sera donnée à la qualité de la présentation et à la précision de l'argumentation des réponses. Les résultats seront encadrés et accompagnés d'unités.

PREMIERE PARTIE : Mécanique

MOUVEMENTS D'UNE TIGE CYLINDRIQUE

I – Rotation autour d'un axe horizontal.

Figure 1



1) Soit une tige cylindrique homogène, de masse M, de longueur l, à section circulaire de faible rayon r.

On note $\mathcal{R}$ le référentiel galiléen (Ox, Oy, Oz), Oz étant un axe vertical descendant (figure 1)

On désigne par J_{0y} et J_{0z} les moments d'inertie de la tige par rapport aux axes Oy et Oz.

1-1) Exprimer J_{0z} puis J_{0y}.

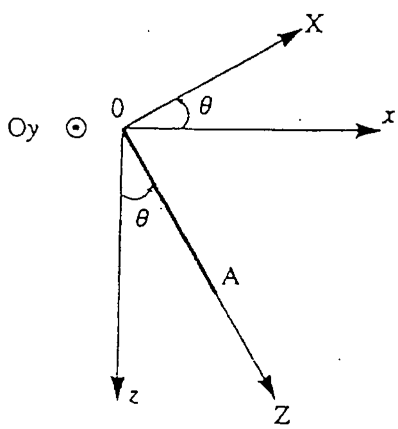
1-2) Quelle erreur ~~relative~~ ΔJ, commet-on en prenant pour J_{0y} la valeur approchée $J = Ml^2/3$ calculée dans le cas d'une tige à section circulaire quasi ponctuelle?

1-3) Calculer ΔJ et J_{0y} avec les données numériques suivantes :

$$l = 0{,}5 \text{ m}, \quad r = 0{,}01\text{m}, \quad M = 1 \text{ kg}.$$

Dans la suite du problème on prendra pour J_{0y} la valeur approchée J , la section circulaire étant considérée quasi ponctuelle.

Figure 2



2) La tige OA peut tourner sans frottement autour de l'axe horizontal Oy dans le plan xOz . Elle n'est soumise qu'à son poids et à l'action du support. La position de la tige est repérée par l'angle (Oz, OA) = $\theta(t)$ (figure 2). On lance la tige avec des conditions initiales :

$$\theta(0) = 0 \quad \text{et} \quad \dot{\theta}(0) = \omega_0.$$

2-1) En appliquant le théorème du moment cinétique, déterminer l'équation différentielle liant $\theta(t)$ et $\theta(t)$. On désigne par g l'accélération (uniforme) de la pesanteur.

2-2) Quelle est la relation entre θ et $\dot{\theta} = \omega$ à l'instant t ?

2-3) Pour quelle valeur limite $\omega_{0,l}$ de ω_0 la tige peut-elle effectuer un tour complet ?

2-4) On appelle $\bar{R}$ la résultante des actions exercées en O par l'axe de rotation (colinéaire à Oy) sur la tige OA.

Déterminer en fonction de θ les composantes R_X et R_Z de $\bar{R}$ sur la base « tournante » OX, OZ (figure 2).

2-5) On se place dans le cas où $\theta(t)$ reste petit, θ étant assimilé à un infiniment petit du premier ordre $\left(\text{par rapport à } \frac{\pi}{2}\right)$.

Les conditions initiales sont toujours $\theta(0) = 0$ et $\dot{\theta}(0) = \omega_0$.

2-5-1) Établir l'équation différentielle du mouvement de la tige

2-5-2) Donner l'expression de $\theta(t)$.

2-5-3) Quelle est la condition sur ω_0 permettant d'obtenir ce type de mouvement ?

2-5-4) Calculer numériquement la période des petites oscillations ;

données numériques : $l = 0{,}5$ m, $M = 1$ kg, $g = 9{,}8$ m·s^{-2}.

2-5-5) On appelle le portrait de phase du mouvement de la tige le graphe $\dot{\theta}(t) = f(\theta(t))$.

Représenter le portrait de phase dans le cas où $\theta(t)$ est petit .

2-6) Dans cette question on tient compte des frottements qui sont modélisés par un couple de moment $\Gamma = -h\dot{\theta}(t)$ (frottement fluide)

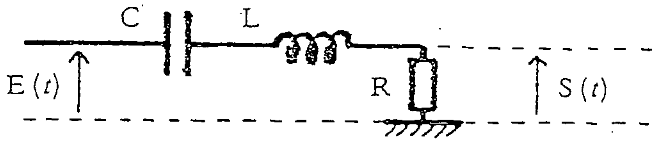
2-6-1) On se place dans le cas où $\theta(t)$ reste petit, établir l'équation différentielle du mouvement de la tige.

2-6-2) On écarte la tige d'un angle θ et on l'abandonne sans vitesse initiale, déterminer la condition sur h pour avoir des oscillations sinusoïdales amorties (mouvement pseudo périodique). Donner alors l'allure du portrait de phase du mouvement.

DEUXIEME PARTIE : <u>ELECTRICITE</u>

FILTRE RLC SÉRIE

Pour le filtre RLC dessiné ci-après, on note E (t) la tension imposée à l'entrée et S (t) la tension de sortie.



1. Régime sinusoïdal forcé.

1-1) Mettre la fonction de transfert sous la forme ci-après (en précisant les expressions de Q et ω_0 en fonction de R, L et C) :

$$H(j\omega) = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} .$$

1-2) Quelles valeurs numériques faut-il donner à L et à C afin d'obtenir un filtre pour lequel $Q = 200$ et $\omega_0 = 4.10^4$ rad.s^{-1}, lorsque $R = 10\ \Omega$?

1-3) Sachant que les valeurs de R, L et C ne sont connues qu'avec une précision relative de 5.10^{-3} (0,5 %), quelles sont les précisions relatives qui caractérisent les valeurs de Q et ω_0 ?

1-4) Evaluer numériquement $|H|$ pour $\omega = \omega_0 \times 1{,}05$ et pour $\omega = \frac{\omega_0}{1{,}05}$.

1-5) Représenter de façon approximative la courbe présentant $\log |H|$ en ordonnées et $\log \frac{\omega}{\omega_0}$ en abscisses.
On précisera essentiellement l'axe de symétrie et les points d'intersection des asymptotes avec les axes des abscisses et des ordonnées.

1-6) Décrire en une phrase le comportement de ce filtre en régime sinusoïdal.
A quelles conditions peut-on le considérer comme un montage intégrateur ?
A quelles conditions peut-on le considérer comme un montage dérivateur ?

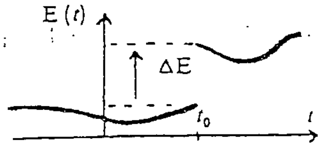
2. Régime impulsionnel.

2-1) Expliciter l'équation différentielle reliant S (t) à E (t) dans le cas général où E (t) n'est pas forcément une fonction sinusoïdale.

2-2) Dans le cas où E (t) est nulle, montrer que l'imprécision qui affecte ω_0 (question 1.c.) autorise l'écriture de la solution de l'équation précédente sous la forme :

$$S(t) \approx \left(A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t\right).\exp\left(-\frac{\omega_0 t}{2Q}\right) .$$

2-3) On suppose que la tension d'entrée présente, à la date t_0, une discontinuité : $E(t_0^+) - E(t_0^-) = \Delta E$ (voir figure 1).



(figure 1)

Montrer qu'alors :

2-3-1) le signal de sortie S (t) est continu à la date t_0 ;

2-3-2) La dérivée du signal de sortie présente une discontinuité égale à :

$$\frac{dS}{dt}\left(t_0^+\right) - \frac{dS}{dt}\left(t_0^-\right) = \frac{\omega_0}{Q}\Delta E .$$